ULB **Exercices 5** **S8, 2013/2014**

MATHF214, Compléments de Mathématiques

Assistants : S. Dendievel, R. Nascimento Titulaire : Th. Gallouët

---

Exercice 1 *Sachant que la transformée de Fourier de la fonction h définie par*

$$h(t) = \begin{cases} 1, & \textit{si } t \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[, \\ 0, & \textit{sinon.} \end{cases}$$

est donnée par $\hat{h}(\omega) = \frac{1}{\pi\omega}\sin(\pi\omega)$, *on demande :*

a) Ecrire la fonction f définie par

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \textit{si } 0 < t < 1, \\ 0, & \textit{si } t = 0, \\ -1, & \textit{si } -1 < t < 0, \end{cases}$$

en fonction de h et calculer $\hat{f}(\omega)$.

b) Ecrire la fonction g définie par

$$g(t) = \begin{cases} 1, & \textit{si } 0 < t < \frac{1}{2}, \\ 0, & \textit{si } t = 0, \\ -1, & \textit{si } -\frac{1}{2} < t < 0, \end{cases}$$

en fonction de f et calculer $\hat{f}(\omega)$.

Exercice 2 *Soient*

$$f(t) = e^{-|t|} \quad \textit{et} \quad f_a(t) = \frac{a}{2}e^{-a|t|}.$$

Déterminer $\hat{f}_a(\omega)$ pour $a > 0$.

Exercice 3 *Calculer $\hat{f}(\omega)$, où f est définie par*

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & \textit{si } |t| \leq 1, \\ 0, & \textit{sinon.} \end{cases}$$

Exercice 4 *Montrer par intégration par parties que si* $\lim\limits_{t \to \pm\infty} f^{(k-1)}(t) = 0$, *alors pour* $k \in \mathbb{N}$,

$$\mathcal{F}[f^{(k)}(t)](\omega) = (2\pi i\omega)^k \mathcal{F}[f(t)].$$

Exercice 5 *Montrer, en dérivant sous l'intégrale, que pour $k \in \mathbb{N}$,*

$$\mathcal{F}[f]^{(k)}(\omega) = (-2\pi i)^k \mathcal{F}[t^k f(t)].$$